2.1. Сложение (вычитание) матриц

Суммой двух матриц $A = \|a_{ij}\|$ и $B = \|b_{ij}\|$ одинакового размера $m \times n$ называется матрица $C = \|c_{ij}\|$ тех же размеров, элементы которой равны суммам соответствующих элементов матриц A и B:

$C = A + B$ означает, что $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ для всех возможных значений i и j ($i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots n$).

Операция нахождения суммы двух матриц A и B называется ***сложением***. Операция сложения осуществляется путем сложения соответствующих элементов матриц ***одного размера (порядка)***.

Или:

Сумма матриц $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix}$ равна:

$$C = A + B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \dots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & \dots & a_{2n} + b_{nn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m1} & \dots & a_{mn} + b_{mn} \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mn} \end{pmatrix}$$

в результате получаем матрицу *того же размера* $m \times n$.

Пример 1. Найдите сумму двух матриц: $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.

A и B – квадратные матрицы второго порядка (две строки\два столбца), при сложении матриц A и B получим квадратную матрицу второго порядка:

$$A + B = \begin{pmatrix} 4 + (-3) & -2 + 5 \\ 1 + 2 & 7 + (-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

Пример 2. Найдите сумму двух матриц: $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 10 \\ 3 & -4 & 6 \end{pmatrix}$.

A и B – матрицы размера 2×3 (две строки\три столбца), при сложении матриц A и B получим матрицу размера 2×3:

$$A + B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -2 & 10 \\ 3 & -4 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 + 0 & 0 + (-2) & 1 + 10 \\ 1 + 3 & 1 + (-4) & 2 + 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 11 \\ 4 & -3 & 8 \end{pmatrix}.$$

Разностью двух матриц $A = \|a_{ij}\|$ и $B = \|b_{ij}\|$ одинакового размера $m \times n$ называется матрица $C = \|c_{ij}\|$ тех же размеров, элементы которой равны разностям соответствующих элементов матриц A и B:

$C = A - B$ означает, что $c_{ij} = a_{ij} - b_{ij}$ для всех возможных значений i и j ($i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots n$).

Операция нахождения разности двух матриц A и B называется ***вычитанием***. ***Операция вычитания*** осуществляется путем вычитания соответствующих элементов матриц ***одного размера (порядка)***.

Или:

Разность матриц $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix}$ равна:

$$C = A - B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} - b_{11} & a_{12} - b_{12} & \dots & a_{1n} - b_{1n} \\ a_{21} - b_{21} & a_{22} - b_{22} & \dots & a_{2n} - b_{nn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} - b_{m1} & a_{m2} - b_{m1} & \dots & a_{mn} - b_{mn} \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mn} \end{pmatrix}$$

в результате получаем матрицу *того же порядка.*

<u>Пример 1.</u> Найдите разность двух матриц: $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.

A и B – квадратные матрицы второго порядка (две строки\два столбца), при сложении матриц A и B получим квадратную матрицу второго порядка:

$$A - B = \begin{pmatrix} 4 - (-3) & -2 - 5 \\ 1 - 2 & 7 - (-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -7 \\ -1 & 11 \end{pmatrix}.$$

<u>Пример 2.</u> Найдите разность двух матриц: $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 10 \\ 3 & -4 & 6 \end{pmatrix}$.

A и B – матрицы размера 2×3 (две строки\три столбца), при сложении матриц A и B получим матрицу размера 2×3:

$$A - B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -2 & 10 \\ 3 & -4 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 - 0 & 0 - (-2) & 1 - 10 \\ 1 - 3 & 1 - (-4) & 2 - 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -9 \\ -2 & 5 & -4 \end{pmatrix}.$$